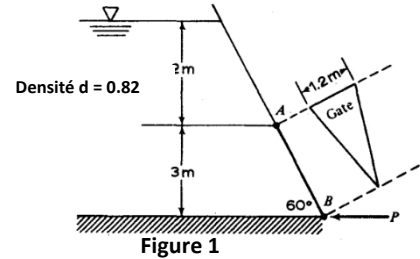




Concours de doctorat 3^{ème} cycle en Hydraulique année 2022-2023
Matière 1 : Hydraulique Générale **durée : 1h :30**

Exercice N° 01 (05 points)

Soit une vanne de forme d'un triangle isocèle AB ancrée au point A (figure 1). Calculer la force horizontale P appliquée au point B. Pour maintenir la vanne fermée, en négligeant le poids de la vanne.



Exercice N°2 (07 points)

Une cuve réservoir se présente sous la forme prallélépipédique de L de longueur, de l de largeur et de H de profondeur. Cette cuve est remplie d'un liquide qui se vide par un orifice percé dans son fond horizontal débouchant à l'air libre et dont la section vaut s .

1. quel est le temps nécessaire pour la vidange totale de la cuve en fonction de dimensions de la cuve, la section de l'orifice si le liquide se comporte comme un fluide incompressible et parfait.
2. Application numérique : $L = 10\text{ m}$, $l = 5\text{ m}$, $H = 2\text{ m}$ et $s = 0.5\text{ dm}^2$.
On donne $g = 9.81\text{ m s}^{-2}$.

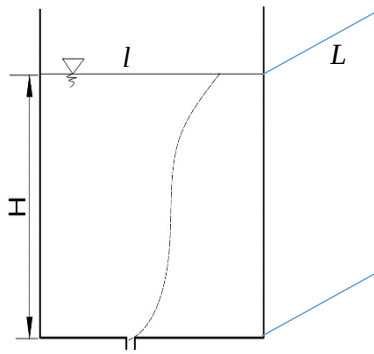


Figure 2

Exercice N°3 (08 points)

Un canal rectangulaire de 10 m de large composé de 3 tronçons avec pentes variables, $I_1, I_2 = 0.02$ et le troisième tronçon est horizontal. Le canal est en béton avec un coefficient de rugosité de Manning de $n = 0.0133$ et un débit $Q = 100\text{ m}^3/\text{s}$.

1. Calculer la profondeur et la pente critiques (h_c, I_c) de ce canal.
2. Si la profondeur normale dans le 1^{er} tronçon est $h_{n1} = 5\text{ m}$, calculer son nombre de Froude, déduire le régime d'écoulement.
3. Calculer le nombre de Froude du deuxième tronçon, déduire le régime d'écoulement.
4. Calculer la profondeur à l'aval immédiat du ressaut qui se forme dans le tronçon horizontal.



Exercice N° 01 (05 points)

$$AB = 3/\sin 60^\circ = 3.464 \text{ m} \quad F = \gamma h_{cg} A = [(0.82)(9.79)](2 + 1.00)[(1.2)(3.464)/2] = 50.05 \text{ kN}$$

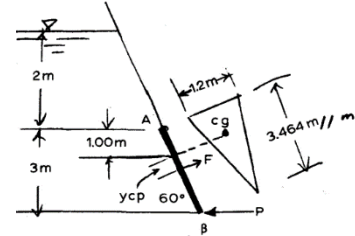
(1 point) (1 point)

$$y_{cp} = \frac{-I_{xx} \sin \theta}{h_{cg} A} = \frac{-[(1.2)(3.464)^3/36](\sin 60^\circ)}{(2 + 1.00)[(1.2)(3.464)/2]} = -0.1924 \text{ m}$$

(1.5 point)

$$\sum M_A = 0 \quad 3P - (50.05)(3.464/3 + 0.1924) = 0 \quad P = 22.47 \text{ kN}$$

(1.5 point)



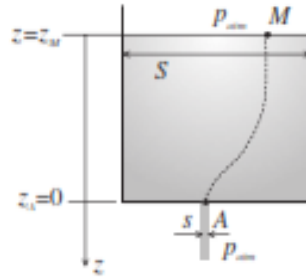
Exercice N°2 (07 points)

La vitesse de la surface libre de la cuve est donnée par la relation :

$$v = \frac{dz}{dt} \text{ Donc } dt = \frac{dz}{v} \text{ le temps de vidange de la cuve est : (01 pts)}$$

$$t = \int_0^t dt = \int_0^{z_M} \frac{dz}{v} \quad (01) \quad z_M = 2\text{m} \quad \text{et } v \text{ fonction de } z \quad (01 \text{ pts})$$

On déterminant la vitesse v , appliquant la relation de Bernoulli entre un point de surface libre de la cuve et un autre point de l'orifice



$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A \quad \text{Nous avons } p_A = p = p_{atm} \text{ et } z_A = 0$$

$$v_A^2 - v^2 = 2gz \quad (02) \quad (01 \text{ pts})$$

L'application de l'équation de continuité $Q = Cte$:

$$v_A s = v S \quad \text{d'où } v_A = \frac{S}{s} v \text{ la relation (02) devient : (01 pts)}$$

$$\left(\frac{S}{s} v\right)^2 - v^2 = 2gz \quad \text{la vitesse } v \text{ vaut :}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gz}{\left(\frac{S}{s}\right)^2 - 1}} = a\sqrt{z} \quad (03) \quad a = \sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{s}\right)^2 - 1}} \quad (01 \text{ pts})$$

Remplaçons la relation (03) dans (01) :

$$t = \int_0^{z_M} \frac{dz}{a\sqrt{z}} = \frac{1}{a\sqrt{z}} [2\sqrt{z_M}] \quad t = 2 \sqrt{\frac{z_M \left(\left(\frac{S}{s}\right)^2 - 1\right)}{2g}} \quad (01 \text{ pts})$$

AN :

$$t = 2 \sqrt{\frac{2 \times \left(\left(\frac{5 \times 10}{0.5 \times 10^{-2}}\right)^2 - 1\right)}{2 \times 9.81}} = 6385.50 \text{ s} = 1 \text{ h } 45 \text{ min } 25 \text{ s} \quad (01 \text{ pts})$$



Exercice N°3 (08 points)

1. Profondeur et pente critiques du canal:

$$\frac{BQ^2}{gS^3} = 1 \rightarrow \frac{BQ^2}{g} = S^3 \rightarrow \frac{BQ^2}{g} = (Bh_c)^3 \rightarrow h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2g}} = \sqrt[3]{\frac{100^2}{10^2 \times 9.81}} = 2.168 \text{ m} \quad (1)$$

$$I_c = \frac{n^2 g S_c}{R_{hc}^{\frac{4}{3}} B_c} \quad \text{et} \quad R_{Hc} = \frac{S_c}{B_c + 2h_c} = \frac{Bh_c}{B + 2h_c} = \frac{10 \times 2.168}{10 + 2 \times 2.168} = 1.51 \text{ m} \quad (0.5)$$

$$I_c = \frac{0.0133^2 \times 9.81 \times 10 \times 2.168}{1.51^{\frac{4}{3}} \times 10} = 2.17 \times 10^{-3} \quad (0.5)$$

2. Régime et nombre de Froude dans le tronçon 1:

$$h_c = 2.168 \text{ m} \text{ et } h_1 = 5 \text{ m} \rightarrow h_1 > h_c \text{ donc le régime est fluvial} \quad (1)$$

$$F_r = \sqrt{\frac{BQ^2}{gS^3}} = \sqrt{\frac{10 \times 100^2}{9.81 \times (10 \times 5)^3}} = 0.28 \quad (1)$$

3. Régime et nombre de Froude dans le tronçon 2:

$$I_c = 2.17 \times 10^{-3} \text{ et } I_2 = 0.02 \rightarrow I_2 > I_c \text{ donc le régime est torrentiel} \quad (0.5)$$

$$F_r = \sqrt{\frac{BQ^2}{gS^3}} = \sqrt{\frac{BQ^2}{g(Bh_2)^3}} = \sqrt{\frac{Q^2}{gB^2h_2^3}} = \frac{Q}{Bh_2} \sqrt{\frac{1}{gh_2}} \quad (0.5)$$

Calcule h_2 par la formule de Manning-Strickler :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{n} \cdot R_{H2}^{\frac{2}{3}} \cdot I_2^{\frac{1}{2}} \cdot S_2 = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{S_2}{B + 2h_2} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot I_2^{\frac{1}{2}} \cdot S_2 = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{B + 2h_2} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot I_2^{\frac{1}{2}} \cdot S_2^{\frac{5}{3}} \\ &= \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{B + 2h_2} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot I_2^{\frac{1}{2}} \cdot (Bh_2)^{\frac{5}{3}} \rightarrow Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{h_2^{\frac{5}{3}}}{(B + 2h_2)^{\frac{2}{3}}} \cdot I_2^{\frac{1}{2}} \cdot B^{\frac{5}{3}} \\ &\rightarrow \frac{nQ}{I_2^{\frac{1}{2}} \cdot B^{\frac{5}{3}}} = \frac{h_2^{\frac{5}{3}}}{(B + 2h_2)^{\frac{2}{3}}} \rightarrow \frac{0.0133 \times 100}{0.02^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{5}{3}}} = \frac{h_2^{\frac{5}{3}}}{(10 + 2h_2)^{\frac{2}{3}}} \quad (1) \end{aligned}$$

$$f(h_2) = \frac{h_2^{\frac{5}{3}}}{(10 + 2h_2)^{\frac{2}{3}}} = 0.2026$$

Procédons à la résolution itérative de cette équation : (0.5)

$$h_2 = 1 \rightarrow f(h_2) = 0.01907 < 0.2026$$

$$h_2 = 1.05 \rightarrow f(h_2) = 0.02058 > 0.2026$$

$$h_2 = 1.04 \rightarrow f(h_2) = 0.02027 \approx 0.2026$$

$$F_r = \frac{Q}{Bh_2} \sqrt{\frac{1}{gh_2}} = \frac{100}{10 \times 1.04} \sqrt{\frac{1}{9.81 \times 1.04}} = 3.01 \rightarrow \text{le régime est torrentiel} \quad (0.5)$$

4. Profondeur à l'aval immédiat du ressaut :

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 8F_{r1}^2} \right] \quad (0.5) = \frac{1.04}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 8 \times 3.01^2} \right] = 3.94 \text{ m} \quad (0.5)$$